Perles utiles (Terminale S)

Ayoub Hajlaoui

De par leur rareté, les voies du vrai rassurent,
Loin de ces faussetés que l'ivresse susurre.

Pour résoudre une question d'un sujet de Terminale, le nombre d'options qui s'offrent à vous est heureusement limité. Oui, j'ai bien dit heureusement. Si vous écartez d'emblée les idées fallacieuses, il devrait être assez facile de vous orienter vers les quelques options valables. C'est le sens de ce document, sorte de parapet sur votre chemin, pour vous empêcher de vous retrouver dans le décor.

Table des matières

www.ayoub-et-les-maths.com
ayoub.hajlaoui.scolaire@gmail.com

1 Techniques générales

1. **N'osez jamais, jamais, jamais mettre $\dfrac{a}{b+c} = \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$**
Ca a le pouvoir de décrédibiliser toute une copie. Par contre, n'oubliez pas qu'il est tout à fait vrai de mettre $\dfrac{b+c}{a} = \dfrac{b}{a} + \dfrac{c}{a}$, *et que ça peut parfois vous tirer d'affaire.*
2. **$a < b$ n'implique pas nécessairement $a^2 < b^2$**
Ben non, prenez $a = -3$ et $b = -1$. N'oubliez pas que la fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}^+$ et décroissante sur $\mathbb{R}^-$. Par contre, cette implication devient vraie si a et b sont positifs.
3. **Quand on demande de montrer une propriété générale, il ne suffit certainement pas de la montrer pour un cas particulier de votre choix.**
Par contre, si vous prouvez que c'est faux pour un cas particulier, ça suffit pour rejeter la véracité de la proposition.
4. **Si on vous demande de montrer $A = B$ et que vous n'arrivez pas, en partant de A, à retrouver B, essayez tout simplement de partir de B pour retrouver A...**
Ça peut paraître évident, mais combien d'élèves se cassent les dents sur des factorisations monstrueuses alors qu'ils auraient tout simplement pu développer...
5. **Attention à l'utilisation du connecteur logique "alors". Par exemple, évitez d'écrire "$x > 3$ alors $x + 1 > 4$"**
Ecrivez plutôt "$x > 3$ donc $x + 1 > 4$". Utilisez "alors" lorsque vous rappelez l'énoncé d'une règle ou d'un théorème. Exemple : "si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles." En règle générale, "alors" vient après un "si".
6. **" $n \in$ à $\mathbb{N}$ " ou encore " $B \in$ à (BCD) " , c'est très moche !**
Soit vous écrivez " $n \in \mathbb{N}$ ", soit vous écrivez " n appartient à $\mathbb{N}$ ". Pas de mélanges douteux.
7. **Calculer Δ pour résoudre des équations du genre $x^2 + ax = 0$ ou $x^2 + a = 0$, c'est de l'abus.**
Ce n'est pas faux, c'est de l'abus (et en plus, vous risquez de vous tromper sur les coefficients).
8. **$a \leq b$ et $b \geq c$ n'implique certainement pas $a \geq c$**
Soit b mon âge, a l'âge de mon petit frère, c celui de ma petite soeur. On a bien $a \leq b$ et $b \geq c$. Mais y a-t-il, dans les informations que je vous ai données, quoi que ce soit qui vous permette de comparer les âges de mon petit frère et celui de ma petite sœur ?
Mais si on sait $a \leq b$ et $b \leq c$, on a bien $a \leq c$ (les matheux diront " par transitivité de la relation d'ordre $\leq$ ")
9. **Une horreur manifeste dont le caractère répandu m'étonne :**
Soit $a \in]0\ ;\ 1[$. On veut étudier le signe de $(1-a)e^x - a$ pour $x \in \mathbb{R}$. J'ai vu sur plusieurs copies : " $(1-a)e^x > 0$ [ce qui est vrai par produit] donc $(1-a)e^x - a$ est du signe de $-a$. " Horrible ! Selon cette logique : $3 > 0$ donc $3 - 2$ serait du signe de -2...
Non, bien évidemment. Ca aurait été vrai pour le produit $(1-a)e^x(-a)$
Notons que vos " défenses immunitaires " contre ce genre d'erreur assez grossière se trouvent affaiblies par la complexité apparente de l'expression. Autrement dit, le e^x vous fait paniquer et vous fait faire des bêtises.
10. **On n'a pas $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$**
Vous deviez vous en douter, déjà que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$...
Soit vous connaissez par coeur $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, soit vous y allez par étapes : $(a + b + c)^2 = \big((a + b) + c\big)^2 = (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 = ...$

2 Suites

1. **Une bêtise : "la suite (u_n) est croissante majorée par 1, donc elle converge vers 1"**
Elle converge d'après le cours, on est d'accord... Mais pas nécessairement vers 1 *(au passage, elle est aussi majorée par* 7, $\frac{23}{11}$, *et* $\frac{\pi^2}{6}$*...). Même remarque pour "décroissante minorée"*
2. **Une autre : "La suite (u_n) est minorée par -1 et majorée par 1, donc elle est croissante."**
Grosse confusion. Prenez la suite (u_n) *définie pour tout entier* n *par* $u_n = \sin(n)$*. Elle est minorée par* -1*, majorée par* 1*, mais certainement pas croissante.*
3. **Si on vous demande de montrer (et non pas conjecturer) une propriété générale sur une suite (u_n), par exemple de montrer qu'elle est croissante, il est hors de question de ne regarder que les premiers termes.**
A la limite, ça peut parfois vous donner une idée, mais ça ne prouve rien. Si vous trouvez $u_0 = 1$, $u_1 = 2$, $u_2 = 3$, $u_3 = 4$, *ça ne prouve pas la croissance de* (u_n)*. Qu'est-ce qui vous dit que* u_4 *n'est pas égal à* -100 *(ou* u_5*, ou* u_6 *etc...) ?*
4. **Quand vous êtes à l'étape "hérédité" d'une récurrence, attention à ne pas confondre l'hypothèse de récurrence, à savoir la propriété que vous supposez prouvée pour un certain rang n, et ce que vous voulez démontrer, à savoir la véracité de cette propriété pour le rang $n+1$**
Vous risqueriez de partir du résultat que vous voulez prouver... pour arriver au résultat que vous voulez prouver...
5. **Quand vous voulez le terme général d'une suite géométrique (v_n) dont vous connaissez la raison q et le premier terme v_1, prudence avec la formule...**
Vous avez alors, pour tout $n \geq 1, v_n = v_1 \times q^{n-1}$ *et non* q^n*. En effet, habitués à des suites qui commencent au rang* $n = 0$*, vous oubliez souvent cette nuance. Même prudence avec la formule donnant le terme général d'une suite arithmétique.*
6. **Pour tout entier naturel n, entre 0 et n (compris), il y a $n+1$ nombres entiers. Entre 1 et n, il y en a n.**
Pour compter de 1 *à* 10*, vous utilisez vos* 10 *doigts, donc pour compter de* 0 *à* 10*, il vous en faut un de plus... Confusion classique dans certains exos de suites.*
7. **Avant de vous lancer dans une tentative de démonstration par récurrence, voyez rapidement s'il n'y a pas de solution plus simple (sauf si l'énoncé vous dit " démontrer par récurrence ", bien évidemment).**
Par exemple, si on vous demande de montrer qu'une suite (u_n) *est croissante, voyez si la bonne vieille recette " signe de* $u_{n+1} - u_n$ *" ne marche pas. Elle marche souvent...*
8. **Dans les problèmes (assez peu appréciés des élèves) où entrent en jeu à la fois une fonction f et une suite (u_n) telle que $u_{n+1} = f(u_n)$, prenez garde à ne pas faire de confusion entre limite(s) de la fonction et limite de la suite, variations de la fonction et variations de la suite (qui n'ont aucune raison, a priori, d'être les mêmes).**
Dans le cas (moins difficile) où on a $u_n = f(n)$*, la limite de* (u_n) *est tous simplement la limite de* f *en* $+\infty$*, et les variations de* (u_n) *correspondent aux variations de* f *sur* $[0\ ;\ +\infty[$
9. **Lorsqu'il y a plusieurs suites dans le problème, évitez les phrases floues du genre " la suite est croissante " ou " la suite est géométrique ".**
Fort bien, mais laquelle ? (u_n) *?* (v_n) *?* (w_n) *?*

www.ayoub-et-les-maths.com
ayoub.hajlaoui.scolaire@gmail.com

3 Fonctions : continuité, dérivabilité, variations, limites, TVI...

1. **"Soit $f(x)$ une fonction.." Ca commence mal ! $f(x)$ n'est pas une fonction mais l'image d'un certain x par f (et c'est f, la fonction !)**
Même erreur pour les suites : u_n n'est pas une suite, mais le n-ième terme de la suite u, suite qu'on peut encore noter (u_n)
2. **Dire qu'une fonction admet une solution n'a aucun sens. Dire qu'une équation (comme $f(x) = 8$) ou une inéquation a une (ou des) solution(s), ça, ça a du sens.**
Dire qu'un polynôme P a des racines, ça aussi, ça a du sens (on appelle racines de P les solutions de l'équation $P(x) = 0$)
3. **Avant d'établir le tableau de variations d'une fonction, n'oubliez jamais de vérifier l'intervalle sur lequel on vous le demande.**
Eh oui, si la dérivée change de signe en dehors de cet intervalle, ça ne nous concerne pas... (Il m'arrive encore de tomber dans ce piège)
4. **On vous donne une fonction f définie sur $[0;\pi]$, on vous fait trouver son tableau de variation et on vous demande, pour $a \in \mathbb{R}$, combien l'équation $f(x) = a$ admet de solutions sur $[0;\pi]$. C'est bien x qui est dans $[0;\pi]$, et non a ; a se lit en ordonnées.**
Il vous faudra alors souvent différencier des cas, en fonction du tableau de variation que vous obtenez. Pour un a donné, ça revient à se poser la question suivante : "combien de fois la droite d'équation $y = a$ croisera-t-elle la courbe de f ?" Bien sûr, le corollaire (ou extension) du TVI (ce que certains appellent encore "théorème de la bijection") est votre ami.
5. **La formule pour la dérivée du produit, c'est $(uv)' = u'v + uv'$**
Il n'y a pas de $-$ ici !
6. **La formule pour la dérivée du quotient, c'est $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$**
Attention, contrairement à la dérivée du produit où l'ordre ne compte pas (commutativité de l'addition), ici l'ordre compte, donc ne vous trompez pas !
7. **Par pitié, quand vous devez dériver $\frac{3}{u}$ (u une fonction), ne passez pas par la formule de la dérivée d'un quotient... Ce n'est pas faux (à condition de ne pas vous tromper, déjà) mais c'est stupide.**
Remarquez tout simplement $\frac{3}{u} = 3\times\frac{1}{u}$ et rappelez-vous la dérivée de l'inverse : $(\frac{1}{u})' = -\frac{u'}{u^2}$.
Vous avez donc $(\frac{3}{u})' = \frac{-3u'}{u^2}$
8. **Le fait qu'une fonction soit strictement croissante (ou strictement décroissante) n'interdit pas à sa dérivée de s'annuler en un point ou en plusieurs points distincts (mais cette dérivée ne pourra pas s'annuler sur tout un intervalle).**
Ben oui, regardez la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$, strictement croissante sur $\mathbb{R}$. On a pourtant ($f'(x) = 3x^2$ et donc) $f'(0) = 0$...
9. **Ne voyez pas une forme indéterminée là où il n'y en a pas...**
Combien d'élèves perdent leur temps inutilement parce qu'ils ont cru voir en $\frac{+\infty}{0}$ une forme indéterminée... (Bien sûr, dans ce cas précis, il faut quand même connaître le signe du dénominateur, pour savoir si le quotient tendra vers $+\infty$ ou $-\infty$.)
10. **Pour calculer la limite d'une forme indéterminée, le fait de ne voir qu'une racine carrée et pas deux ne vous interdit pas d'utiliser la technique des quantités conjuguées.**
Il ne faudra juste pas oublier, le moment voulu, d'élever au carré le terme qui n'était

pas sous racine... Cette technique repose juste sur $a - b = \dfrac{(a-b)(a+b)}{a+b} = \dfrac{a^2-b^2}{a+b}$ *ou* $a + b = \dfrac{(a+b)(a-b)}{a-b} = \dfrac{a^2-b^2}{a-b}$ *(en s'assurant que le dénominateur ne s'annule pas)*

11. **" $x \geq 3$ donc $xe^x \geq 3e^x$ par croissance de la fonction exponentielle. "**
La croissance de la fonction exponentielle n'a rien à faire ici. Quand on manipule des inégalités, on doit se demander quelle opération on effectue, factuellement, sur les membres de l'inégalité. Ici, en l'occurrence, on n'a pas appliqué la fonction exponentielle à chaque membre de l'inégalité. On a plutôt multiplié chaque membre par e^x. *Il faut alors se justifier d'avoir conservé le sens de l'inégalité en disant "*$x \geq 3$ *donc* $xe^x \geq 3e^x$ *puisque* $e^x > 0$ *"*
Par contre, " $x \geq 3$ *donc* $e^x \geq e^3$ *par croissance de la fonction exponentielle " est bien juste.*

12. **Une limite de fonction ne vous indiquera jamais son sens de variation.**
Par contre, une fois le sens de variation trouvé, on peut, pour compléter le tableau de variation, calculer les limite.

13. **Une erreur d'inattention ultra-classique : vous avez dressé le tableau de variation de f grâce au signe de sa dérivée f'. Vous avez montré que f était strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ a[$ et strictement décroissante sur $]a\ ;\ +\infty[$. On vous demande alors le maximum de f. Le maximum de f est bien sûr $f(a)$, et pas $f'(a)$. Ça peut vous sembler évident à froid, mais lorsque vous avez le réflexe de vouloir remplacer par a dans l'expression de la fonction, vous prenez souvent, mécaniquement, la dernière expression que vous avez sous les yeux (et c'est $f'(x)$, que vous aviez calculée pour déterminer les variations de f...).** *Prudence, donc.*

4 Fonctions exponentielle et logarithme

1. **$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$ et $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$ et non l'inverse !**
   Là encore, combien de points perdus à cause d'étourderies. Ca vient souvent de la volonté de faire disparaître un $\ln$ *qui gêne : on est tellement concentré sur (ce qu'on croit être) le but final qu'on commet ces erreurs.*
2. **" $x\ln(\frac{1}{2}) < 3$ donc $x < \dfrac{3}{\ln(\frac{1}{2})}$ "**
   Non, malheureux ! N'oubliez pas de réfléchir au signe du $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$ *que vous avez fait passer de l'autre côté. Sachant que* $\ln(1) = 0$ *et que la fonction* $\ln$ *est strictement croissante sur* $]0;+\infty[$*... Au passage,* $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$*, c'est aussi* $-\ln(2)$*...*
3. **En résolvant une équation du style $e^{2x} - 4e^x - 5$ (en posant $X = e^x$), ne vous arrêtez pas au calcul des racines du polynôme ; n'oubliez pas que c'est les x que vous cherchez et non les X (ces derniers étant une simple étape intermédiaire).**
   Dans notre cas, on a le polynôme $X^2 - 4X - 5$*, de discriminant* $\delta = 36$*. Les racines du polynôme sont donc (après calcul)* $X_1 = -1$ *et* $X_2 = 5$*. Ce ne sont pas encore les solutions de notre équation de départ. Par définition de* X*, les solutions de notre équation de départ doivent vérifier* $e^x = X_1$ *c-à-d* $e^x = -1$ *(impossible car la fonction exponentielle est strictement positive) ou* $e^x = X_2$ *c-à-d* $e^x = 5$ *c-à-d* $x = ln(5)$*. La seule solution de notre équation est donc* $x = \ln(5)$
4. **Un petit moyen mnémotechnique pour ne pas oublier deux propriétés essentielles du logarithme népérien :**
   - Il "ne perd rien" : la notion de perte vous rappelle que vous ne pouvez pas le définir sur les nombres négatifs (0 *compris bien sûr)*
   - Et il va à son "logarythme" : il est strictement croissant mais croît lentement, de telle sorte que vous avez les croissances comparées : lorsque x *tend vers* $+\infty$*,* $\dfrac{\ln(x)}{x}$ *tend vers* 0 *(ou encore* $\dfrac{x}{\ln(x)}$ *tend vers* $+\infty$*)*
5. **Pareil : dans "exponentielle", on entend "ciel"**
   La fonction exponentielle monte très vite et très haut en $+\infty$*, de telle sorte que vous avez les croissances comparées : lorsque* x *tend vers* $+\infty$*,* $\dfrac{e^x}{x}$ *tend vers* $+\infty$ *(ou encore* $\dfrac{x}{e^x} = xe^{-x}$ *tend vers* 0*)*
6. **N'oubliez pas cette distinction : $\ln(e^x) = x$ est vrai pour tout $x \in \mathbb{R}$, mais $e^{\ln(x)} = x$ n'est vrai que pour $x > 0$**
   Ailleurs, $\ln$ *n'est même pas défini...*
7. **En dérivant $3x + 2e^a + \ln(5)$ (par rapport à la variable x), on obtient 3 et rien d'autre.**
   Ce n'est pas parce que vous voyez e *ou* $\ln$ *que c'est variable...* $2e^a$ *et* $\ln(5)$ *étant des constantes, leur dérivée est nulle.*
8. **Dans le même style : " $\lim\limits_{x\to 0} x\ln(\frac{1}{2}) = 0$ par croissance comparée "**
   J'aime vous montrer des conclusions justes obtenues avec des cheminements faux, pour rappeler que ce qui importe le plus en maths, c'est le cheminement. $\lim\limits_{x\to 0} x\ln(\frac{1}{2}) = 0$*, oui, mais certainement pas par croissance comparée.* $\ln(\frac{1}{2})$ *est une constante ! Et* $\lim\limits_{x\to 0} x = 0$*, d'où, par produit...*
9. **Quand vous voyez $e^{-\ln(x)}$, une simplification vous démange, et vous avez envie d'aller vite...**
   Non, ça ne fait certainement pas $-e^{\ln(x)} = -x$*. De quel droit, en appliquant quelle règle sortiriez-vous le* $-$ *de l'exposant ?*

On peut suivre l'une de ces deux voies justes : $e^{-\ln(x)} = e^{\ln(\frac{1}{x})} = \dfrac{1}{x}$ *ou* $e^{-\ln(x)} = \dfrac{1}{e^{\ln(\frac{1}{x})}} = \dfrac{1}{x}$

La première voie utilise la propriété $\ln(\frac{1}{a}) = -\ln(a)$*, alors que la seconde utilise* $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$

10. **$a - b = c$ n'implique pas $e^a - e^b = e^c$!!**
Arnaque courante du deux étapes en une. A-t-on honnêtement appliqué la fonction exponentielle à chacun des membres de l'égalité de départ ? Non ! Une application honnête aurait conduit à $e^{a-b} = e^c$*, et arrivé là, très peu d'entre vous se seraient permis de remplacer horriblement* $e^{a-b} = e^a - e^b$
De même, $a - b = c$ *n'implique pas* $\ln(a) - \ln(b) = \ln(c)$

5 Complexes et trigonométrie

1. **La partie imaginaire d'un nombre complexe $a+ib$ est b (et non ib).**
Oui, la partie imaginaire est un réel...
2. **Pour trouver un argument θ d'un nombre complexe z à partir de l'expression algébrique $z=a+ib$, n'oubliez pas de calculer le module $|z|$ puis de factoriser par le module.**
Et c'est après seulement que vous pouvez espérer reconnaître des valeurs connues de cosinus et de sinus d'un certain angle. Certains utiliseront aussi le fait que $\cos(\theta)=\dfrac{a}{|z|}$ *et* $\sin(\theta)=\dfrac{b}{|z|}$, *ce qui est valable aussi*
3. **Si z est un nombre complexe et a un réel, le module de az vaut $|az|=|a||z|$ (où $|a|$ est le module ou encore -puisqu'il est réel- la valeur absolue de a). On n'a donc pas toujours $|az|=a|z|$!!**
C'est vrai si $a\geq 0$
4. **Si l'énoncé demande de trouver $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ mais que vous obtenez $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, du calme...**
Oui, oui, c'est la même chose.
5. **Une petite confusion qui fait des ravages : $(-i)^2$ vaut bien -1 et non 1. Par contre, $-i^2$ vaut 1.**
$(-i)^2=(-i)\times(-i)=i\times i=-1$
$-i^2=-(-1)=1$
6. **Sur le genre de question qui vous demande de déterminer l'ensemble des points M du plan complexe tels que bla bla bla**
Soyez précis dans votre vocabulaire. M est un point. C'est lui qui appartient (ou pas) à telle ou telle droite, à tel ou tel cercle... Et pas son affixe z. " $z\in(CD)$ " n'aurait aucun sens.
Lorsque, par exemple, vous trouvez que l'ensemble en question est la médiatrice du segment $[AB]$, n'écrivez surtout pas " M est donc la médiatrice du segment $[AB]$ " mais plutôt " l'ensemble des points M vérifiant bla bla bla est donc la médiatrice $[AB]$ "
7. **" A tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe $z'=\dfrac{1}{z-1}$. Déterminer l'ensemble des points M tels que z' soit un réel. " N'oubliez surtout pas d'exclure, de l'ensemble que vous obtiendrez, le point d'affixe 1 (pour lequel le calcul de z' est impossible).**
S'il s'y trouve.
8. **On vous demande de mettre un complexe z sous forme exponentielle et, après calculs, vous trouvez $z=-2e^{-i\frac{\pi}{3}}$. Si vous pensez avoir fini, vous avez tort.**
Eh oui... Quel est le module de z ? -2 ? Non, c'est 2...
Il faut continuer ainsi : $z=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\times(-1)=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\times e^{i\pi}=2\times e^{i(-\frac{\pi}{3}+\pi)}=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$. *Et là, c'est bon on a bien fait apparaître le module 2.*
9. **Lorsqu'on vous demande par exemple la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\dfrac{\sin(x)}{x}$, ne parlez surtout pas de quotient de limites.**
Même si vous savez que $\sin(x)$ *zigzague entre -1 et 1, et que x tend vers $+\infty$, d'où l'intuition claire que le quotient tendra vers 0.* $\sin(x)$ *n'a pas de limite en $+\infty$.*
Rédigez plutôt proprement pour utiliser le théorème des gendarmes :
$\forall x>0,\ -1\leq\sin x\leq 1$ *donc* $-\dfrac{1}{x}\leq\dfrac{\sin x}{x}\leq\dfrac{1}{x}$ *(on a multiplié par* $\dfrac{1}{x}>0$*), puis gendarmes...*

6 Géométrie

1. **N'oubliez pas que dans l'espace, deux droites peuvent être parallèles, sécantes, ou non coplanaires.**
   N'oubliez pas la troisième option. Imaginez les traits non parallèles dans le ciel laissés par deux avions qui ne volent pas à la même altitude...
2. **Pour montrer qu'une droite d est orthogonale à un plan (P), il ne suffit pas de montrer qu'elle est orthogonale à une droite de ce plan.**
   Par contre, il suffit par exemple de montrer qu'elle est orthogonale à deux droites non parallèles de ce plan...
3. **Quand vous utilisez les représentations paramétriques de deux droites pour connaître leur intersection (si elles en ont), utilisez une lettre différente pour chacune des deux droites (par exemple, t pour l'une et t' pour l'autre), pour ensuite écrire les équations liant t et t'.**
   Il n'y a aucune raison pour que ces deux paramètres soient égaux à l'intersection.
4. **Si on vous demande de déterminer la nature d'un triangle, vous commencez souvent par calculer les longueurs. Si vous voyez qu'il n'est ni isocèle ni équilatéral, n'oubliez surtout pas de regarder si l'égalité de Pythagore est vérifiée, pour, le cas échéant, démontrer qu'il est rectangle (en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore).**
   Et même si vous avez trouvé qu'il était isocèle, vérifiez quand même, un triangle peut être isocèle rectangle.
5. **Ne pas confondre $(-5)^2$ et -5^2**
   Le premier vaut 25*, le second vaut* -25*. En règle générale, quand vous calculez la distance entre deux points à partir de leurs coordonnées (formule avec la racine), il ne doit plus y avoir de* $-$ *dans la racine après avoir calculé les carrés.*
6. **N'écrivez pas ||AB||**
   AB est déjà une longueur. C'est la même chose que $||\overrightarrow{AB}||$*, mais privilégiez l'écriture la plus simple quand vous avez le choix.*
7. **Pour le produit scalaire, n'écrivez pas $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD}$**
   Mais plutôt $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$

7 Primitives et intégrales

1. **Soit $a \leq b$. La positivité de $\int_a^b f(t)dt$ n'entraîne pas nécessairement la positivité de f sur tout l'intervalle $[a;b]$.**
   N'oubliez pas la notion d'aire algébrique exprimée par $\int_a^b f(t)dt$. Une intégrale positive veut juste dire que les aires comptées positivement l'ont emporté sur celles comptées négativement.
   Par contre, si f est une fonction continue positive sur tout l'intervalle $[a;b]$, on a bien $\int_a^b f(t)dt \geq 0$
2. **sin se dérive en cos et cos se dérive en -sin. Donc une primitive de sin est -cos et une primitive de cos est -sin.**.
   Ca a l'air évident, dit comme ça, mais combien de points partis en fumée à cause de ça... Je ne me risquerais pas à vous donner un moyen mnémotechnique ici, chacun se débrouille.
3. **Vous cherchez une primitive d'une fonction f. Vous avez trouvé g telle que $g'(x) = -3f(x)$. Vous avez quasiment fini.**.
   Ben oui, prenez F comme primitive, définie par $F(x) = -\frac{1}{3} \times g(x)$, et le tour est joué !
   N'ayez pas peur d'obtenir le résultat à une constante multiplicative près, jouez les équilibristes pour la faire disparaître...
4. **Pas de bêtises du genre " $\int_a^b f(t)g(t)dt = \int_a^b f(t)dt \int_a^b g(t)dt$ ".**
   Mais vous pouvez écrire $\int_a^b f(t) + g(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$, ou encore $\int_a^b \lambda f(t)dt = \lambda \int_a^b f(t)dt$ (par linéarité)
5. **Si on vous demande de montrer qu'une certaine intégrale est plus petite que $\frac{1}{2}$ (par exemple), ne vous précipitez pas pour calculer ladite intégrale. (règle quasi-sûre)**
   Mettez vous dans la tête de ceux qui font les sujets... S'ils voulaient que vous la calculiez, ils vous auraient probablement demandé de le faire. S'ils vous demandent une inégalité, c'est qu'il faut peut-être montrer que la fonction sous l'intégrale est plus petite qu'une fonction dont je sais calculer l'intégrale et dont l'intégrale vaudra... $\frac{1}{2}$

8 Probabilités

1. **Si vous voulez utiliser des lettres pour vos calculs de probabilités d'événements et que ces lettres n'ont pas été données dans l'énoncé, n'oubliez pas de définir les événements correspondants.**
Hors de question, par exemple de voir dans votre rédaction $P(B) = ...$ *sans que l'événement* B *n'ait été défini par l'énoncé ou par vous-même.*
2. **On dit " l'union de deux événements " et " la somme de deux probabilités. "**
Et pas l'inverse...
3. **Un grand classique : "oh c'est bizarre, je vois que la somme $P_A(X) + P_{\bar{A}}(X)$ n'est pas égale à 1 !"**
Rien de bizarre en soi, ça peut arriver. Si X *est l'évènement "je mange une pizza ce soir",* A *l'évènement "je mange seul" (donc* $\bar{A}$ *l'évènement "je mange avec des gens"), on peut très bien avoir* $P_A(X) = 0.8$ *(on dira que j'aime beaucoup les pizzas) et* $P_{\bar{A}}(X) = 0.4$ *(on dira que les gens n'aiment pas forcément autant la pizza que moi). Constatez - sans étonnement - que la somme de ces deux probabilités fait* $1,2$. *Tout simplement parce que sommer deux probabilités conditionnelles avec des conditions différentes n'a pas vraiment de sens.*

   Par contre, on a bien $P_X(A)+P_X(\bar{A}) = 1$ *(ça vient du fait que la probabilité conditionnelle* P_X *a les mêmes propriétés que la probabilité en général* ($P(A) + P(\bar{A}) = 1$). *Dans le cas précédent, on sommait des valeurs de probabilités conditionnelles différentes* P_A *et* $P_{\bar{A}}$
4. **Lorsque vous utilisez la formule des probabilités totales, n'oubliez surtout pas de préciser la partition que vous utilisez.**
5. **Lorsque vous faites un arbre de probabilités, mettez les valeurs des probabilités sur les branches et non sur les nœuds.**
Nœuds que vous réserverez aux événements.
6. **Dans les exercices où on vous précise ce que gagne un joueur jouant à un jeu dans chaque cas (résultat d'un dé, pile ou face...), et où l'on vous demande souvent de déterminer la loi de la variable aléatoire donnant le gain et son espérance, n'oubliez surtout pas de tenir compte de la mise initiale du joueur, s'il y en a une.**
Par exemple : un ticket de loterie coûte 2 euros. Un joueur qui achète ce ticket a une chance sur quatre de gagner 5 euros, une chance sur quatre de gagner 3 euros, et une chance sur deux de ne rien gagner du tout.
Dans ce cas, la variable aléatoire G *correspondant au gain du joueur prend pour valeurs* $5 - 2 = 3$, $3 - 2 = 1$ *et* $0 - 2 = -2$ *(et non pas* 5, 3, 0*)*
7. **Si X suit la loi uniforme sur $[a\ ;\ b]$, $P(c \leq X \leq d) = \dfrac{d-c}{b-a}$, oui, mais SI $[c\ ;\ d]$ est inclus dans $[a\ ;\ b]$**
Par exemple : X *suit une loi uniforme sur* $[0\ ;\ 1]$. *Calculer* $P(0,5 \leq X \leq 10)$. *Si vous foncez naïvement, vous trouvez* $\dfrac{10-0,5}{1-0} = 9,5$. *Un peu grand, pour une proba, vous ne trouvez pas ? Il faut plutôt écrire :* $P(0,5 \leq X \leq 10) = P(0,5 \leq X \leq 1) = \dfrac{1-0,5}{1-0} = 0,5$
8. **N'oubliez pas que la fonction densité d'une loi exponentielle est nulle sur $]-\infty; 0]$.**
D'où le fait qu'on puisse passer, dans le cours, de $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}$ *à* $\displaystyle\int_{0}^{+\infty}$
9. **Si X suit la loi exponentielle de paramètre λ, pour tous a et b positifs, $P(a \leq X \leq b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$ (et pas le contraire)**
C'est le fait (vrai) que $\left[e^{-\lambda x}\right]_a^b = e^{-\lambda b} - e^{-\lambda a}$ *qui vous donne envie d'écrire le contraire.*

www.ayoub-et-les-maths.com
ayoub.hajlaoui.scolaire@gmail.com

D'ailleurs, si vous faites cette erreur, vous devriez vite vous en rendre compte en obtenant une probabilité négative...

10. **On vous dit que X suit une loi normale $\mathcal{N}(2, \sigma^2)$ telle que $P(X \leq 3) = 0,7$ et on vous demande de trouver σ**
Question classique. Lorsque vous y répondez, vous faites souvent une erreur d'inattention. Il faut bien sûr commencer par dire que la variable aléatoire $Z = \frac{X-2}{\sigma}$ *suit une loi normale centrée réduite* $\mathcal{N}(0,1)$. *On a :* $P(X \leq 3) = P(\frac{X-2}{\sigma} \leq \frac{3-2}{\sigma}) = P(Z \leq \frac{1}{\sigma}) = 0,7$. *Ensuite, la calculatrice vous permettra de trouver le* $\frac{1}{\sigma}$ *tel que* $P(Z \leq \frac{1}{\sigma}) = 0,7$. *Mais en entrant les paramètres de votre loi normale à la calculatrice, vous buggez parfois en voulant mettre* $\mu = 2$ *et en vous grattant la tête : " mais quel est l'écart-type ? " Erreur ! La loi que vous manipulez, maintenant, c'est tout simplement* Z, *de moyenne* 0, *et d'écart-type* 1 *!!*

9 Spécialité

1. **Si vous voulez exprimer le fait que les entiers a et b sont divisibles par d, vous pouvez écrire : il existe $k, k' \in \mathbb{Z}$ tels que $a = kd$ et $b = kd'$**
Mais rien ne vous permet a priori de dire que c'est le même k.
2. **Pour deux matrices A et B telles que leur produit est bien défini (bonnes tailles), vous n'avez pas en général $AB = BA$.**
Le produit matriciel n'est pas commutatif. Bien sûr, pour certains produits matriciels, c'est quand même le cas. Comme par exemple, le produit de la matrice identité avec n'importe quelle autre matrice.
3. **Lorsque vous voulez utiliser le petit théorème de Fermat, il y a une condition que vous oubliez souvent de vérifier.** *Si* p *est un nombre premier et si* n *est un entier naturel <u>non divisible par</u>* <u>p</u>, *alors* $n^{p-1} \equiv 1[p]$