Perles utiles (erreurs répandues en Terminale, mathématiques de spécialité, bac 2023)

Ayoub Hajlaoui

Loin de cent faussetés que l'ivresse susurre,
de par leur rareté les voies du vrai rassurent.

Pour résoudre une question d'un sujet de Terminale, le nombre d'options qui s'offrent à vous est heureusement limité. Oui, j'ai bien dit « heureusement » . Si vous écartez d'emblée les idées fallacieuses, il devrait être assez facile de vous orienter vers les quelques options valables. C'est le sens de ce document, sorte de parapet sur votre chemin, pour vous empêcher de vous retrouver dans le décor.

Table des matières

1 Techniques générales

1. **N'osez jamais, jamais, jamais écrire $\dfrac{a}{b+c} = \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$**
Monstrueux grillage de priorité, qui a le pouvoir de décrédibiliser toute une copie. Par contre, n'oubliez pas qu'il est tout à fait vrai d'écrire $\dfrac{b+c}{a} = \dfrac{b}{a}+\dfrac{c}{a}$, *et que ça peut vous tirer d'affaire.*
2. **Pas non plus de folie du genre $2 \times 5^n = 10^n$**
Autre grillage de priorités commun. J'ai même déjà vu le genre d'erreur suivant qui, pour le coup, est non plus un grillage mais un incendie de priorités : $1-\left(\frac{2}{3}\right)^n = \left(1-\frac{2}{3}\right)^n$. *(Souvent par tentation d'une simplification hâtive de la formule de la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique) Par contre, il est bien entendu tout à fait vrai d'écrire* $2^n \times 5^n = 10^n$
3. **$a < b$ n'implique pas nécessairement $a^2 < b^2$**
Prenez $a = -3$ *et* $b = -1$*.... N'oubliez pas que la fonction carré est (strictement) croissante sur* $\mathbb{R}^+$ *et (strictement) décroissante sur* $\mathbb{R}^-$*. L'implication devient vraie si a et b sont positifs.*
4. **Quand on demande de montrer une propriété générale, il ne suffit certainement pas de la montrer pour un cas particulier de votre choix.**
Par contre, si vous prouvez que c'est faux pour un cas particulier, ça suffit pour rejeter la véracité de la proposition.
5. **Si on vous demande de montrer $A = B$ et que vous n'arrivez pas, en partant de A, à retrouver B, essayez tout simplement de partir de B pour retrouver A...**
Ça peut paraître évident, mais combien d'élèves se cassent les dents sur des factorisations monstrueuses alors qu'ils auraient tout simplement pu développer...
6. **Attention à l'utilisation du connecteur logique "alors".**
Par exemple, évitez d'écrire "$x > 3$ alors $x + 1 > 4$"
Ecrivez plutôt "$x > 3$ *<u>donc</u>* $x + 1 > 4$*". Utilisez "alors" lorsque vous rappelez l'énoncé d'une règle ou d'un théorème. Exemple : "<u>si</u> deux droites sont parallèles à une même troisième, <u>alors</u> elles sont parallèles entre elles." En règle générale, "alors" vient après un "si".*
7. **" $n \in$ à $\mathbb{N}$ " ou encore " $B \in$ à (BCD) " , c'est très moche !**
Soit vous écrivez " $n \in \mathbb{N}$ *", soit vous écrivez " n appartient à* $\mathbb{N}$ *". Pas de mélanges douteux.*
8. **Calculer Δ pour résoudre des équations du genre $x^2 + ax = 0$ ou $x^2 + a = 0$, c'est de l'abus.**
Ce n'est pas faux, c'est de l'abus (et en plus, vous risquez de vous tromper sur les coefficients).
9. **$a \leq b$ et $b \geq c$ n'implique certainement pas $a \geq c$**
Soit b mon âge, a l'âge de mon petit frère, c celui de ma petite soeur. On a bien $a \leq b$ *et* $b \geq c$*. Mais y a-t-il, dans les informations que je vous ai données, quoi que ce soit qui vous permette de comparer les âges de mon petit frère et de ma petite sœur ?*
Mais si on sait $a \leq b$ *et* $b \leq c$*, on a bien* $a \leq c$ *(les matheux diront " par transitivité de la relation d'ordre* $\leq$ *")*
10. **Une horreur manifeste dont le caractère répandu m'étonne :**
Soit $a \in]0\,;\,1[$*. On veut étudier le signe de* $(1-a)e^x - a$ *pour* $x \in \mathbb{R}$*. J'ai vu sur plusieurs copies : «* $(1-a)e^x > 0$ *[ce qui est vrai par produit] donc* $(1-a)e^x - a$ *est du signe de* $-a$*. » Horrible ! Selon cette logique :* $3 > 0$ *donc* $3 - 2$ *serait du signe de* -2*...*
Non, bien évidemment. Ca aurait été vrai pour le produit $(1-a)e^x(-a)$
Notons que vos " défenses immunitaires " contre ce genre d'erreur assez grossière se trouvent affaiblies par la complexité apparente de l'expression. Autrement dit, le e^x *vous fait paniquer et vous fait faire des bêtises.*
11. **On n'a pas $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$**
Vous deviez vous en douter, déjà que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$*...*
Soit vous connaissez par coeur $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$*, soit vous y allez par étapes :* $(a+b+c)^2 = \big((a+b)+c\big)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 = ...$

2 Suites

1. **Une bêtise : "la suite (u_n) est croissante majorée par 1, donc elle converge vers 1"**
   Elle converge d'après le cours, on est d'accord... Mais pas nécessairement vers 1 *(au passage, elle est aussi majorée par* 7*,* $\frac{23}{11}$*, et* $\frac{\pi^2}{6}$*...). Même remarque pour "décroissante minorée"*
2. **Une autre : "La suite (u_n) est minorée par -1 et majorée par 1, donc elle est croissante."**
   Grosse confusion. Prenez la suite (u_n) *définie pour tout entier* n *par* $u_n = \sin(n)$*. Elle est minorée par* -1*, majorée par* 1*, mais certainement pas croissante. Idem pour* (v_n) *définie par* $v_n = (-1)^n$
3. **Si on vous demande de montrer (et non pas conjecturer) une propriété générale sur une suite (u_n), par exemple de montrer qu'elle est croissante, il est hors de question de ne regarder que les premiers termes.**
   A la limite, ça peut parfois vous donner une idée, mais ça ne prouve rien. Si vous trouvez $u_0 = 1$*,* $u_1 = 2$*,* $u_2 = 3$*,* $u_3 = 4$*, ça ne prouve pas la croissance de* (u_n)*. Qu'est-ce qui vous dit que* u_4 *n'est pas égal à* -100 *(ou* u_5*, ou* u_6 *etc...) ?*
4. **Quand vous êtes à l'étape "hérédité" d'une récurrence, attention à ne pas confondre l'hypothèse de récurrence, à savoir la propriété que vous supposez prouvée pour un certain rang n, et ce que vous voulez démontrer, à savoir la véracité de cette propriété pour le rang $n + 1$**
   Vous risqueriez de partir du résultat que vous voulez prouver... pour arriver au résultat que vous voulez prouver...
5. **Quand vous voulez le terme général d'une suite géométrique (v_n) dont vous connaissez la raison q et le premier terme v_1, prudence avec la formule...**
   Vous avez alors, pour tout $n \geq 1, v_n = v_1 \times q^{n-1}$ *et non* q^n*. En effet, habitués à des suites qui commencent au rang* $n = 0$*, vous oubliez souvent cette nuance. Même prudence avec la formule donnant le terme général d'une suite arithmétique.*
6. **Pour tout entier naturel n, entre 0 et n (compris), il y a $n + 1$ nombres entiers. Entre 1 et n, il y en a n.**
   Pour compter de 1 *à* 10*, vous utilisez vos* 10 *doigts, donc pour compter de* 0 *à* 10*, il vous en faut un de plus... Confusion classique dans certains exos de suites.*
7. **Apprenez bien votre formule de la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique « en français »**
   Pour ne pas vous faire avoir si le premier terme de la somme n'est pas 1*, si la somme ne comporte pas* $n + 1$ *termes etc... Plus de précisions dans cette vidéo.*
8. **Avant de vous lancer dans une tentative de démonstration par récurrence, voyez rapidement s'il n'y a pas de solution plus simple (sauf si l'énoncé vous dit " démontrer par récurrence ", bien évidemment).**
   Par exemple, si on vous demande de montrer qu'une suite (u_n) *est croissante, voyez si la bonne vieille recette " signe de* $u_{n+1} - u_n$ *" ne marche pas. Elle marche souvent...*
9. **Dans les problèmes (assez peu appréciés des élèves) où entrent en jeu à la fois une fonction f et une suite (u_n) telle que $u_{n+1} = f(u_n)$, prenez garde à ne pas faire de confusion entre limite(s) de la fonction et limite de la suite, variations de la fonction et variations de la suite (qui n'ont aucune raison, a priori, d'être les mêmes).**
   Dans le cas (moins difficile) où on a $u_n = f(n)$*, la limite (éventuelle) de* (u_n) *est tous simplement la limite de* f *en* $+\infty$*, et les variations de* (u_n) *correspondent aux variations de* f *sur* $[0\ ;\ +\infty[$
10. **Lorsqu'il y a plusieurs suites dans le problème, évitez les phrases floues du genre « la suite est croissante » ou « la suite est géométrique » .**
    Fort bien, mais laquelle ? (u_n) *?* (v_n) *?* (w_n) *?*

3 Fonctions : continuité, dérivabilité, variations, limites, TVI...

1. **« Soit $f(x)$ une fonction.. » Ca commence mal ! $f(x)$ n'est pas une fonction mais l'image d'un certain x par f (et c'est f, la fonction !)**
Même erreur pour les suites : u_n n'est pas une suite, mais le terme de rang n de la suite u, suite qu'on peut encore noter (u_n)
2. **Dire qu'une fonction admet une solution n'a aucun sens. Dire qu'une équation (comme $f(x) = 8$) ou une inéquation a une (ou des) solution(s), ça, ça a du sens.**
Dire qu'un polynôme P a des racines, ça aussi, ça a du sens (on appelle racines de P les solutions de l'équation $P(x) = 0$)
3. **Quand vous appliquez une fonction aux membres d'une inégalité, en la conservant ou en en inversant le sens (selon les variations de la fonction appliquée), n'oubliez pas d'invoquer la croissance (ou la décroissance) de la fonction appliquée en précisant bien sur quel intervalle.**
Que le lecteur constate bien (ou que vous lui fassiez constater si ce n'est pas clair) que a et b sont dans l'intervalle I, que $a \leq b$ et donc, par décroissance (par exemple) de f sur I, $f(a) \geq f(b)$
Bien entendu, les variations de f ont été établies au préalable (ou alors f est une fonction usuelle dont les variations sont connues).
4. **En parlant de fonctions usuelles dont les variations sont connues, la fonction inverse n'est pas décroissante sur $\mathbb{R}^*$.**
Ce n'est pas parce que vous avez exclu 0 (ce qui est la moindre des choses, cette fonction n'étant pas définie en 0) que vous avez bon. La fonction inverse est bien décroissante (et même strictement) sur $\mathbb{R}^*_-$ et sur $\mathbb{R}^*_+$, séparement.
-2 et 1 sont deux éléments de $\mathbb{R}^*$ vérifiant $-2 \leq 1$, et pourtant, on n'a pas du tout : $\dfrac{1}{-2} \geq \dfrac{1}{1}$, ce qui prouve bien que la fonction inverse n'est pas décroissante sur $\mathbb{R}^*$
5. **Avant d'établir le tableau de variations d'une fonction, n'oubliez jamais de vérifier l'intervalle sur lequel on vous le demande.**
Eh oui, si la dérivée change de signe en dehors de cet intervalle, ça ne nous concerne pas... (Il m'arrive encore de tomber dans ce piège)
6. **On vous donne une fonction f définie sur $[2;5]$, on vous fait trouver son tableau de variation et on vous demande, pour $a \in \mathbb{R}$, combien l'équation $f(x) = a$ admet de solutions sur $[2;5]$. C'est bien x qui est dans $[2;5]$, et non a ; a se lit en ordonnées.**
Il vous faudra alors souvent différencier des cas, en fonction du tableau de variation que vous obtenez. Pour un a donné, ça revient à se poser la question suivante : "combien de fois la droite d'équation y = a croisera-t-elle la courbe de f sur l'intervalle $[2;5]$?" Bien sûr, le corollaire (ou extension) du TVI (ce que certains appellent encore "théorème de la bijection") est votre ami.
7. **« Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement 3 solutions dans $\mathbb{R}$ » . Si vous pensez à TVI et consorts (ce qui est très probablement une bonne idée), c'est bien le corollaire qu'il faudra appliquer et non le TVI « simple ».**
« Mais le corollaire du TVI nous permet de conclure à l'existence d'une unique solution, et là on en veut 3 ! ! !
- Oui mais le TVI simple ne te permettra jamais de conclure à un nombre exact de solutions, il te dira juste que l'équation a au moins une solution. Il ne te permettra pas de conclure qu'elle en a exactement 3. Il s'agit probablement d'appliquer le corollaire du TVI sur 3 intervalles disjoints, en jouant de la stricte monotonie de f (en plus des autres hypothèses) sur chacun de ces intervalles. »
8. **La formule pour la dérivée du produit, c'est $(uv)' = u'v + uv'$**
Il n'y a pas de $-$ ici !
9. **La formule pour la dérivée du quotient, c'est $(\dfrac{u}{v})' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$**
Attention, contrairement à la dérivée du produit où l'ordre ne compte pas (commutativité de

l'addition), ici l'ordre compte, donc ne vous trompez pas !

10. **Par pitié, quand vous devez dériver $\frac{3}{u}$ (u une fonction), ne passez pas par la formule de la dérivée d'un quotient... Ce n'est pas faux (à condition de ne pas vous tromper, déjà) mais c'est stupide.**
Remarquez tout simplement $\frac{3}{u} = 3 \times \frac{1}{u}$ et rappelez-vous la dérivée de l'inverse : $(\frac{1}{u})' = -\frac{u'}{u^2}$.
Vous avez donc $(\frac{3}{u})' = \frac{-3u'}{u^2}$

11. **Le fait qu'une fonction soit strictement croissante (ou strictement décroissante) n'interdit pas à sa dérivée de s'annuler en un point ou en plusieurs points distincts (mais cette dérivée ne pourra pas s'annuler sur tout un intervalle).**
Ben oui, regardez la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$, strictement croissante sur $\mathbb{R}$. On a pourtant ($f'(x) = 3x^2$ et donc) $f'(0) = 0$...

12. **Ne voyez pas une forme indéterminée là où il n'y en a pas...**
Combien d'élèves perdent leur temps inutilement parce qu'ils ont cru voir en « $\frac{+\infty}{0}$ »une forme indéterminée... (Bien sûr, dans ce cas précis, il faut quand même connaître le signe du dénominateur, pour savoir si le quotient tendra vers $+\infty$ ou $-\infty$.)

13. **Pour calculer la limite d'une forme indéterminée, le fait de ne voir qu'une racine carrée et pas deux ne vous interdit pas d'utiliser la technique des quantités conjuguées.**
Il ne faudra juste pas oublier, le moment voulu, d'élever au carré le terme qui n'était pas sous racine... Cette technique repose juste sur $a - b = \frac{(a-b)(a+b)}{a+b} = \frac{a^2 - b^2}{a+b}$ ou
$a + b = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b} = \frac{a^2 - b^2}{a-b}$ *(en s'assurant que le dénominateur ne s'annule pas)*

14. **" $x \geq 3$ donc $xe^x \geq 3e^x$ par croissance de la fonction exponentielle. "**
La croissance de la fonction exponentielle n'a rien à faire ici. Quand on manipule des inégalités, on doit se demander quelle opération on effectue, factuellement, sur les membres de l'inégalité. Ici, en l'occurrence, on n'a pas appliqué la fonction exponentielle à chaque membre de l'inégalité. On a plutôt multiplié chaque membre par e^x. Il faut alors se justifier d'avoir conservé le sens de l'inégalité en disant "$x \geq 3$ donc $xe^x \geq 3e^x$ puisque $e^x > 0$ "
Par contre, " $x \geq 3$ donc $e^x \geq e^3$ par croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$ " est bien juste.

15. **Une limite de fonction ne vous indiquera jamais son sens de variation.**
Par contre, une fois le sens de variation trouvé, on peut, pour compléter le tableau de variation, calculer les limites.

16. **Une erreur d'inattention ultra-classique : vous avez dressé le tableau de variation de f grâce au signe de sa dérivée f'. Vous avez montré que f était strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ a[$ et strictement décroissante sur $]a\ ;\ +\infty[$. On vous demande alors le maximum de f. Le maximum de f est bien sûr $f(a)$, et pas $f'(a)$. Ça peut vous sembler évident à froid, mais lorsque vous avez le réflexe de vouloir remplacer par a dans l'expression de la fonction, vous prenez souvent, mécaniquement, la dernière expression que vous avez sous les yeux (et c'est $f'(x)$, que vous aviez calculée pour déterminer les variations de f...).**
Prudence, donc.

17. **f admet un maximum en... f s'annule en ...**
Après « en » vient une abscisse, et non une ordonnée.

18. **On parle de continuité <u>en</u> un point et de continuité <u>sur</u> un intervalle.**
De même pour la dérivabilité.

19. **Lorsqu'on vous demande par exemple la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{\sin(x)}{x}$, ne parlez surtout pas de quotient de limites.**

Même si vous savez que $\sin(x)$ *zigzague entre* -1 *et* 1*, et que* x *tend vers* $+\infty$*, d'où l'intuition claire que le quotient tendra vers* 0. $\sin(x)$ *n'a pas de limite en* $+\infty$.
Rédigez plutôt proprement pour utiliser le théorème des gendarmes :
$\forall x > 0,\ -1 \leq \sin x \leq 1$ *donc* $-\dfrac{1}{x} \leq \dfrac{\sin x}{x} \leq \dfrac{1}{x}$ *(on a multiplié par* $\dfrac{1}{x} > 0$*), puis gendarmes...*

20. **Ne vous emmêlez pas les pinceaux en termes de vocabulaire : sur un intervalle I donné, on ne dit pas d'une fonction f qu'elle est au-dessus d'une fonction g, et on ne dit pas d'une courbe C_f qu'elle est supérieure à une courbe C_g**
On peut tout à fait dire : $\forall x \in I,\ f(x) \geq g(x)$*, ce qui veut aussi dire :* C_f *est au-dessus de* C_g *sur* I.

21. **Si vous cherchez les points d'inflexion de la courbe d'une fonction f à l'aide de f'' (à supposer bien sûr que f soit deux fois dérivable sur l'intervalle concerné), ne vous contentez pas de déterminer les abscisses en lesquelles f'' s'annule.**
(Toujours dans le cas d'une fonction f *deux fois dérivable), les points d'inflexion de* C_f *sont les points en lesquels* f'' *s'annule* ***en changeant de signe****.*
Par exemple, il serait faux de dire que $f : x \mapsto x^4$ *admettrait un point d'inflexion d'abscisse* $x = 0$. *Même si* $f''(x) = 12x^2$*, ce qui fait que* $f''(0) = 0$. f'' *s'annule bien en* 0*, mais sans changer de signe.*

4 Fonctions exponentielle et logarithme

1. **J'entends souvent « la fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ » . Ce n'est pas faux en soi (elle est définie sur $\mathbb{R}$ donc en particulier sur $\mathbb{R}_+^*$ si ça vous chante de restreindre son domaine de définition), mais ce que veulent dire beaucoup d'élèves par cette phrase est faux.**
En effet, beaucoup confondent « définie sur $\mathbb{R}_+^*$ » et « à valeurs dans $\mathbb{R}_+^*$ ». Il est tout à fait vrai de dire « pour tout réel x, $e^x \in \mathbb{R}_+^*$ » , mais cette proposition ne veut pas dire « la fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ ».
Une telle confusion serait fatale dans le cas de la fonction ln. Elle amène certains (rares) élèves à comprendre « ln définie sur $\mathbb{R}_+^*$ » (ce qui est vrai) comme : « les images de réels (strictement positifs) par la fonction ln sont toutes dans $\mathbb{R}_+^*$ » (ce qui est faux)
Cela m'amène à parler d'une expression que je préfère éviter en général : dire « f prend ses valeurs sur I » caractérise non pas l'ensemble de départ de f, mais l'ensemble vers lequel elle nous renvoie : les images par cette fonction sont toutes des éléments de I. Quand on parle de valeurs prises par une fonction, on parle d'images, non du domaine de définition.
À cette expression « f prend ses valeurs sur I » , j'en préfère une autre, qui veut dire la même chose : « f est à valeurs dans I » . Il me semble que le verbe « prendre » y est pour quelque chose dans la confusion...

2. **$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$ et $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$ et non l'inverse !**
Là encore, combien de points perdus à cause d'étourderies, voire de malhonnêteté. Ca vient souvent de la volonté de faire disparaître un ln *qui gêne : on est tellement concentré sur (ce qu'on croit être) le but final qu'on commet ces erreurs. Par exemple, si je vous demande de déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\ln(n+1)}{\ln(n)}$, beaucoup seront tentés d'inventer des formules de calcul sur* ln *pour éviter le blocage.*
Ici, écrivez plutôt, pour tout n ≥ 2 : $\dfrac{\ln(n+1)}{\ln(n)} = \dfrac{\ln\left(n(1+\frac{1}{n})\right)}{\ln(n)} = \dfrac{\ln(n)+\ln(1+\frac{1}{n})}{\ln(n)}$
$= \dfrac{\ln(n)}{\ln(n)} + \dfrac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\ln(n)} = 1 + \dfrac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\ln(n)}$*, puis, ne vous imaginez pas des formes indéterminées là où il n'y en a pas...*

3. **" $x\ln(\frac{1}{2}) < 3$ donc $x < \dfrac{3}{\ln(\frac{1}{2})}$ "**
Non, malheureux ! N'oubliez pas de réfléchir au signe du $\ln(\frac{1}{2})$ *que vous avez fait passer de l'autre côté. Sachant que* $\ln(1) = 0$ *et que la fonction* ln *est strictement croissante sur* $]0;+\infty[$...
Au passage, $\ln(\frac{1}{2})$*, c'est aussi* $-\ln(2)$...
Ce piège de signe est l'un des plus ravageurs ; la plupart des élèves ont le bon réflexe de changer le sens d'une inégalité lorsqu'ils en multiplient (ou divisent) les membres par un réel évidemment (strictement) négatif, avec un gentil signe $-$ devant... Mais là où ln est fourbe, c'est qu'elle peut cacher un réel négatif sans signe $-$ apparent.

4. **En résolvant une équation du style $e^{2x} - 4e^x - 5$ (en posant $X = e^x$), ne vous arrêtez pas au calcul des racines du polynôme ; n'oubliez pas que c'est les x que vous cherchez et non les X (ces derniers étant une simple étape intermédiaire).**
Dans notre cas, on a le polynôme $X^2 - 4X - 5$, de discriminant $\Delta = 36$. Les racines du polynôme sont donc (après calcul) $X_1 = -1$ et $X_2 = 5$. Ce ne sont pas encore les solutions de notre équation de départ. Par définition de X, les solutions de notre équation de départ sont les réels x vérifiant $e^x = X_1$ (c-à-d $e^x = -1$ - impossible car la fonction exponentielle est strictement positive) ou $e^x = X_2$ (c-à-d $e^x = 5$ c-à-d $x = ln(5)$). La seule solution de notre équation est donc $x = \ln(5)$

5. **Un petit moyen mnémotechnique pour ne pas oublier deux propriétés essentielles du logarithme népérien :**
- Il "ne perd rien" : la notion de perte vous rappelle que vous ne pouvez pas le définir sur les

nombres négatifs (0 *compris bien sûr). Avec le recul, je ne le trouve pas fou, ce moyen mnémotechnique, mais il a pu m'aider à une époque..*
- Et il va à son "logarythme" : il est strictement croissant mais croît lentement, de telle sorte que vous avez les croissances comparées : lorsque x tend vers $+\infty$, $\frac{\ln(x)}{x}$ *tend vers* 0 *(ou encore* $\frac{x}{\ln(x)}$ *tend vers* $+\infty$*)*

6. **Pareil : dans "exponentielle", on entend "ciel"**
La fonction exponentielle monte très vite et très haut en $+\infty$*, de telle sorte que vous avez les croissances comparées : lorsque x tend vers* $+\infty$, $\frac{e^x}{x}$ *tend vers* $+\infty$ *(ou encore* $\frac{x}{e^x} = xe^{-x}$ *tend vers* 0*)*
7. **N'oubliez pas cette distinction : $\ln(e^x) = x$ est vrai pour tout $x \in \mathbb{R}$, mais $e^{\ln(x)} = x$ n'est vrai que pour $x > 0$**
Ailleurs, $\ln$ *n'est même pas défini...*
8. **En dérivant $3x + 2e^a + \ln(5)$ (par rapport à la variable x), on obtient 3 et rien d'autre.**
Ce n'est pas parce que vous voyez e ou $\ln$ *que c'est variable...* $2e^a$ *et* $\ln(5)$ *étant des constantes, leur dérivée est nulle.*
9. **Dans le même style : " $\lim\limits_{x\to 0} x\ln(\frac{1}{2}) = 0$ par croissance comparée "**
J'aime vous montrer des conclusions justes obtenues avec des cheminements faux, pour rappeler que ce qui importe le plus en maths, c'est le cheminement. $\lim\limits_{x\to 0} x\ln(\frac{1}{2}) = 0$*, oui, mais certainement pas par croissance comparée.* $\ln(\frac{1}{2})$ *est une constante ! Et* $\lim\limits_{x\to 0} x = 0$*, d'où, par produit...*
10. **Quand vous voyez $e^{-\ln(x)}$, une simplification vous démange, et vous avez envie d'aller vite...**
Non, ça ne fait certainement pas $-e^{\ln(x)} = -x$*. De quel droit, en appliquant quelle règle sortiriez-vous le* $-$ *de l'exposant ?*
On peut suivre l'une de ces deux voies justes : $e^{-\ln(x)} = e^{\ln(\frac{1}{x})} = \frac{1}{x}$ *ou* $e^{-\ln(x)} = \frac{1}{e^{\ln(\frac{1}{x})}} = \frac{1}{x}$ *La première voie utilise la propriété* $\ln(\frac{1}{a}) = -\ln(a)$*, alors que la seconde utilise* $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$
11. **$a - b = c$ n'implique pas $e^a - e^b = e^c$! !**
Arnaque courante du deux étapes en une. A-t-on honnêtement appliqué la fonction exponentielle à chacun des membres de l'égalité de départ ? Non ! Une application honnête aurait conduit à $e^{a-b} = e^c$*, et arrivé là, très peu d'entre vous se seraient permis de remplacer horriblement* $e^{a-b} = e^a - e^b$
De même, $a - b = c$ *n'implique pas* $\ln(a) - \ln(b) = \ln(c)$

5 Géométrie

1. **N'oubliez pas que dans l'espace, deux droites peuvent être parallèles, sécantes, ou non coplanaires.**
   N'oubliez pas la troisième option. Imaginez les traits non parallèles dans le ciel laissés par deux avions qui ne volent pas à la même altitude...
2. **Pour montrer qu'une droite d est orthogonale à un plan (P), il ne suffit pas de montrer qu'elle est orthogonale à une droite de ce plan.**
   Par contre, il suffit de montrer qu'elle est orthogonale à deux droites non parallèles de ce plan. Par exemple, en montrant qu'un vecteur directeur de cette droite est orthogonal à deux vecteurs directeurs non colinéaires de ce plan.
3. **Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, soit P le plan d'équation $2x + z + 3 = 0$. $\overline{n}(2; 1; 3)$ n'est pas un vecteur normal à P.**
   Erreur d'inattention assez répandue. Par contre, $\overline{n}(2; 0; 1)$ *est bien un vecteur normal à* P.
4. **Dans l'espace, $y = 2x + 3$ est une équation de plan, et pas une équation de droite...**
   Ah si si, je vous assure. Cf cette vidéo. Bon, il est rare qu'un énoncé soit aussi méchant en vous présentant une équation sous cette forme dans l'espace, mais sait-on jamais. Dans ce cas, il vous présentera plus probablement l'équation sous la forme $2x - y + 3 = 0$*, et si vous en concluez que c'est une droite « parce qu'il n'y aurait pas de z » , tant pis pour vous... Soit dit en passant, on peut aussi écrire ça :* $2x - y + 0z + 3 = 0$*...*
5. **Quand vous utilisez les représentations paramétriques de deux droites pour connaître leur intersection (si elles en ont), utilisez une lettre différente pour chacune des deux droites (par exemple, t pour l'une et t' pour l'autre), pour ensuite écrire les équations liant t et t'.**
   Il n'y a aucune raison pour que ces deux paramètres prennent les mêmes valeurs à l'intersection.
6. **Si on vous demande de déterminer la nature d'un triangle, vous commencez souvent par calculer les longueurs. Si vous voyez qu'il n'est ni isocèle ni équilatéral, n'oubliez surtout pas de regarder si l'égalité de Pythagore est vérifiée, pour, le cas échéant, démontrer qu'il est rectangle (en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore).**
   Et même si vous avez trouvé qu'il était isocèle, vérifiez quand même, un triangle peut être isocèle rectangle.
7. **Ne pas confondre $(-5)^2$ et -5^2**
   Le premier vaut 25*, le second vaut* -25*. En règle générale, quand vous calculez la distance entre deux points à partir de leurs coordonnées (formule avec la racine), il ne doit plus y avoir de* $-$ *dans la racine après avoir calculé les carrés.*
8. **N'écrivez pas $||AB||$**
   AB est déjà une longueur. C'est la même chose que $||\overrightarrow{AB}||$*, mais privilégiez l'écriture la plus simple quand vous avez le choix.*
9. **Pour le produit scalaire, n'écrivez pas $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD}$**
   Mais plutôt $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$
10. **De même, n'écrivez pas $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$**
    Mais plutôt $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0$*. Un produit scalaire renvoie un scalaire (autrement dit, dans votre contexte, un réel) et certainement pas un vecteur.*

6 Primitives et équations différentielles (surtout primitives)

1. **Vous cherchez une primitive d'une fonction f. Vous avez trouvé g telle que $g'(x) = -3f(x)$. Vous avez quasiment fini.**.
   Ben oui, prenez F comme primitive, définie par $F(x) = -\frac{1}{3} \times g(x)$, et le tour est joué ! N'ayez pas peur d'obtenir le résultat à une constante multiplicative près, jouez les équilibristes pour la faire disparaître...
2. **Vous cherchez une primitive d'une fonction f définie par $f(x) = xh(x)$ (où h est une autre fonction). Vous avez trouvé H telle que $H'(x) = h(x)$. Hors de question de dire qu'une primitive de f est $F : x \mapsto xH(x)$**.
   On n'est plus dans le cadre du point précédent, où il suffisait de compenser par la constante multiplicative. On ne peut pas se permettre de dire « je multiplie ma primitive par x, et ça multipliera par x la fonction obtenue en dérivant » .
3. **Vous cherchez une primitive d'une fonction f définie par $f(x) = xh(x)$ (où h est une autre fonction). Vous avez trouvé H telle que $H'(x) = h(x)$. Hors de question de dire qu'une primitive de f est $F : x \mapsto \frac{x^2}{2}H(x)$**.
   Ne pensez pas qu'il serait plus malin d'adapter l'erreur du point précédent en disant : « ben oui, il ne faut pas oublier de primitiver le x » . On ne peut prétendre obtenir une primitive d'un produit de fonctions en primitivant séparément les deux membres du produit. C'eût été vrai si la dérivation d'un produit fonctionnait ainsi : $(fg)' = f'g'$, ce qui est évidemment FAUX.
4. **L'énoncé nous demande de montrer qu'une fonction g donnée est solution de l'équation différentielle $y' = f$ sur un intervalle I (où f est une fonction qu'il nous a posée au préalable). Oulala, une équation différentielle, j'ai peur !**
   Peur de quoi ? Il suffit juste de dériver g (après, si besoin, avoir justifié sa dérivabilité sur I), et de montrer : $\forall x \in I, g'(x) = f(x)$. Oui, c'est tout.
5. **Une primitive de $\frac{u'}{u}$ sur un intervalle I sur lequel u est dérivable et ne s'annule pas n'est pas $\ln(u)$ en général.**
   C'est vrai si u est strictement positive sur cet intervalle. En général, une primitive de $\frac{u'}{u}$ sur I est $\ln(|u|)$
   Dans les cas où on vous présentera du $\frac{u'}{u}$, u sera souvent strictement positive sur l'intervalle concerné (encore faut-il le constater). Mais il peut arriver que non... Cf cette vidéo
6. **sin se dérive en cos et cos se dérive en -sin. Donc une primitive de sin est -cos et une primitive de cos est -sin.**.
   Ca a l'air évident, dit comme ça, mais combien de points partis en fumée à cause de ça... Je ne me risquerais pas à vous donner un moyen mnémotechnique ici, chacun se débrouille.

7 Probabilités

1. **Si vous voulez utiliser des lettres pour vos calculs de probabilités d'événements et que ces lettres n'ont pas été données dans l'énoncé, n'oubliez pas de définir les événements correspondants.**
   Hors de question, par exemple de voir dans votre rédaction $P(B) = ...$ sans que l'événement B n'ait été défini par l'énoncé ou par vous-même.
2. **On dit " l'union de deux événements " et " la somme de deux probabilités. "**
   Et pas l'inverse...
3. $\overline{P(A)}$ **n'a aucun sens. Si vous voulez parler de la probabilité de l'événement contraire à A, c'est $P\left(\overline{A}\right)$, qui est égal à** $1 - P(A)$
   J'ai aussi vu - même si c'est plus rare - des folies du style $P(1 - A)$...
4. **Un grand classique : "oh c'est bizarre, je vois que la somme $P_A(X) + P_{\bar{A}}(X)$ n'est pas égale à 1 !"**
   Rien de bizarre en soi, ça peut arriver. Si X est l'évènement "je mange une pizza ce soir", A l'évènement "je mange seul" (donc $\bar{A}$ l'évènement "je mange avec des gens"), on peut très bien avoir $P_A(X) = 0.8$ (on dira que j'aime beaucoup les pizzas) et $P_{\bar{A}}(X) = 0.4$ (on dira que les gens n'aiment pas forcément autant la pizza que moi). Constatez - sans étonnement - que la somme de ces deux probabilités fait $1,2$. Tout simplement parce que sommer deux probabilités conditionnelles avec des conditions différentes n'a pas vraiment de sens.

   Par contre, on a bien $P_X(A) + P_X(\bar{A}) = 1$ (ça vient du fait que la probabilité conditionnelle P_X a les mêmes propriétés que la probabilité en général ($P(A) + P(\bar{A}) = 1$). Dans le cas précédent, on sommait des valeurs de probabilités conditionnelles différentes P_A et $P_{\bar{A}}$
5. **Lorsque vous utilisez la formule des probabilités totales, n'oubliez surtout pas de préciser la partition que vous utilisez.**
6. **Lorsque vous faites un arbre de probabilités, mettez les valeurs des probabilités sur les branches et non sur les nœuds.**
   Nœuds que vous réserverez aux événements.
7. **Dans les exercices où on vous précise ce que gagne un joueur jouant à un jeu dans chaque cas (résultat d'un dé, pile ou face...), et où l'on vous demande souvent de déterminer la loi de la variable aléatoire donnant le gain et son espérance, n'oubliez surtout pas de tenir compte de la mise initiale du joueur, s'il y en a une.**
   Par exemple : un ticket de loterie coûte 2 euros. Un joueur qui achète ce ticket a une chance sur quatre de gagner 5 euros, une chance sur quatre de gagner 3 euros, et une chance sur deux de ne rien gagner du tout.
   Dans ce cas, la variable aléatoire G correspondant au gain du joueur prend pour valeurs $5 - 2 = 3$, $3 - 2 = 1$ et $0 - 2 = -2$ (et non pas 5, 3, 0)
8. **L'événement contraire à l'événement $[X \geq 3]$ n'est pas $[X \leq 3]$**
   C'est plutôt $[X < 3]$. Dans le cas d'une variable aléatoire à valeurs entières (comme par exemple, une variable aléatoire qui suivrait une loi binomiale), l'événement $[X < 3]$ est aussi l'événement $[X \leq 2]$.
   Suivant la même logique, dans le cas d'une loi binomiale, l'événement contraire à l'événement $[X \geq 1]$ est l'événement $[X = 0]$ (puisque c'est l'événement $[X < 1]$, et la seule valeur strictement inférieure à 1 que X peut prendre est 0.)
9. **Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et $p = \frac{2}{3}$.**

   $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(1 - \frac{2}{3}\right)^n$. Jusque là, tout va bien. Mais hors de question d'écrire que ça ferait $\left(\frac{2}{3}\right)^n$. Ca fait juste 1 - $\left(\frac{1}{3}\right)^n$
   Cela rejoint la remarque du point 2 de « Techniques générales » . Même si c'est tentant, ne grillez pas la priorité pour simplifier fallacieusement les 1.